AAL Projekt AAL-6-LS vururuk

Bartosz Cybulski

283721@pw.edu.pl

Numer indeksu: 283721

# Treść zadania

*„W wiosce plemienia Vururuk co 10 lat odbywają się masowe śluby małżeńskie. Wszystkie pełnoletnie panny i pełnoletni kawalerowie stawiają się przed radą starszych, która dokonuje swatania w sposób zgodny z wielowiekową tradycją plemienia. Po pierwsze, mąż musi mieć większy wzrost i większy obwód głowy niż żona. Po drugie, każda panna i każdy kawaler musi znaleźć małżonka. Po trzecie, łączna suma różnic wzrostów i obwodów głów małżonków w całym plemieniu ma być jak najmniejsza. W przypadku niemożności spełnienia pierwszych dwóch warunków, proces swatania kończy się niepowodzeniem i jest odraczany na następne 10 lat. Należy pomóc radzie starszych przeprowadzić proces swatania.”*

# Opis problemu

Problemem jest wybór par małżeństw kobieta-mężczyzna z pośród populacji osobników opisanych pewnymi cechami oraz spełniając warunki zdefiniowane w zadaniu.

# Warunki zadania

1. Mąż musi mieć większy wzrost i większy obwód głowy niż kobieta.
2. Każda panna i każdy kawaler muszą znaleźć małżonka.
3. Suma różnic wzrostów i obwodów głów ma być jak najmniejsza.
4. Jeżeli a i b nie mogą być spełnione algorytm kończy się niepowodzeniem.

# Przyjęte założenia

* Na wejściu otrzymujemy taką samą ilość kobiet i mężczyzn ( w przeciwnym wypadku tylko na tej podstawie moglibyśmy udzielić odpowiedzi negatywnej, bo nie da się połączyć w pary wszystkich )
* Zadanie zostanie realizowane przy pomocy grafu nieskierowanego
* WIERZCHOŁKI będą opisane 3 wartościami odpowiadającymi płci, wzrostowi oraz obwodowi głowy.
* KRAWĘDZIE będą łączyły tylko wierzchołki o różnych płciach.
* KRAWĘDŹ istnieje wtedy i tylko wtedy gdy spełniony jest warunek **a**.
* KRAWĘDZIE będą opisane liczbą, która będzie sumą różnic wzrostów i obwodów głów.

# Rozwiązanie

1. Generowanie wierzchołków odbywa się przy wykorzystaniu funkcji *Random.getNextGaussian(),* za pomocą, której otrzymujemy wzrost i obwód głowy, które w przybliżeniu tworzą rozkład naturalny. Przedziały wartości zostały ustawione według danych statystycznych o wzroście i obwodzie głowy populacji w USA:

- Dla kobiet : Wzrost z przedziału ( 142 – 182 ), obwód głowy (52 - 59)

- Dla mężczyzn: Wzrost ( 156 – 196 ), obwód głowy (55 – 62 )

1. Wygenerowane wierzchołki są przechowywane w dwóch wektorach ( 1 zawierający tylko kobiety, 1 zawierający tylko mężczyzn).
2. W trakcie generowania wierzchołków i umieszczania ich w wektorach tworzymy sumę wzrostów i sumę obwodów głów osobno dla każdego wektora. Przy konstruowaniu grafu tylko odejmujemy od siebie te 2 wartości i to jest jedyna możliwa *łączna suma różnic wzrostów i obwodów głów (rozwiązanie 3-ciego warunku zadania).*UZASADNIENIE: W rozważanym problemie, na wyjściu otrzymujemy tyle samo wierzchołków co na wejściu, jedyna różnica to sposób ich uszeregowania. Zatem można zauważyć, że w skład tej sumy wchodzą wszystkie wierzchołki mężczyzn i kobiet. Dodawanie i odejmowanie jest naprzemienne, zatem nie ma różnicy w kolejności w jakiej będziemy je od siebie odejmować, czy dodawać.
3. Graf jest tworzony z dwóch wektorów. Wektory są sortowane rosnąco według wzrostu, jeżeli wzrosty są takie same to według obwodu głowy.

Krawędzie są dodawane iterując kolejno wszystkie wierzchołki z wektora mężczyzn.  
Dla i-tego wierzchołka mężczyzny wykonujemy :

- Dopóki wzrost i-tego mężczyzny jest > od wzrostu j-tej kobiety, to sprawdź czy mężczyzna jest wyższy i czy ma większy obwód głowy, jeżeli tak to dodaj krawędź między nimi, j = j+1;

w.p.p. j = j+1.

- Jeżeli wzrost i=tego mężczyzny jest <= od j-tej kobiety to nie ma sensu sprawdzać, czy można utworzyć między nimi krawędź. Z tego samego powodu nie warto sprawdzać kolejnych kobiet.

- Jeżeli u i-tego mężczyzny nie utworzymy, żadnej krawędzi zwracay jest natychmiast negatywny wynik wykonania programu.

1. *- Algorytm kojarzenia małżeństw -> Przechodzimy przez kolejne wierzchołki grafu, Jeżeli trafiamy na nieskojarzoną(nie połączoną z mężczyzną) pannę to próbujemy utworzyć ścieżkę rozszrzającą prowadzącą do pierwszego napotkanego kawalera. Ścieżka roszerzająca jest naprzemienna, zawiera kra∑dzie wolne i skojarzone.*

*Jeżeli znajdziemy ścieżkę rozszerzającą, to wszystkie krawędzie wolne zamieniamy na skojarzone, a skojarzone na wolne. Do znalezienia ścieżki wykorzystuję metodę BFS i uproszczoną strukturę drzewa rozpinającego wszerz ( potrzeba jedynie ścieżkę od liści do korzenia, zatem jest realizowane w tablicy, w której elementy o indeksie i zawierają numery wierzchołków grafu będące wierzchołkami nadrzędnymi w drzewie rozpinającym w stosunku do i-tego wierzchołka. Korzeń reprezentowany przez wart -1. W ten sposób możemy dojść od liścia do korzenia.*

*Drzewo tworzymy: jeśli węzeł jest panną to dodajemy do drzewa wszystkie krawędzie łączące pannę z kawalerami, jeżeli nie byli skojarzene -> powstają krawędzie nieskojarzone;*

*Jeśli węzeł jest kawalerem to do drzewa dodajemy krawędź skojarzoną.*

# Struktury danych

* Lista zaimplementowana w Javie – LinkedList<>()
* Vector zaimplementowany w Javie – Vector<>()
* Random zaimplementowany w Javie
* Graf – struktura grafu przechowująca Listę Wierzchołków
* Wierzchołek – struktura wierzchołka grafu, przehowująca Listę krawędzi.
* Po grafie dziedziczy struktura PeopleGraph, PeopleEdge, PeopleNode -> klasy wykorzystywane do rozwiązania problemu.

# Spodziewana złożoność algorytmu

Spodziewana złożoność algorytmu to T(N) = nlogn + O(n)

# Pomiary czasu wykonania

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N | T(n) [ns] | Q(n) |
| 200 | 5153563 | 1,1871868 |
| 800 | 27246046 | 1,08540402 |
| 1200 | 73812366 | 1,03242885 |
| 1500 | 411763470 | 0,95226705 |
| 1700 | 143123950 | 1 |
| 2200 | 344113696 | 0,96005017 |
| 2600 | 411188293 | 0,95232718 |
| 3100 | 938649527 | 0,91809568 |

Wszystkie wartości są bliskie 1, jednak q(n) jest malejące zatem nastąpiło przeszacowanie.

# Słownik

* Graf dwudzielny – graf, którego wierzchołki można podzielić na dwa zbiory w taki sposób, że między wierzchołkami z tego samego podgrafu nie biegnie żadna krawędź.
* Skojarzeniem z V do W w grafie dwudzielnym G nazywamy taką funkcję różnowartościową
* f : V −→ W , że wierzchołki v i f(v) są połączone krawędzią.
* Drogi powiększające

# Źródła

* Problem o kojarzeniu małżeństw - <http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/grafy/prob-malz.html>
* Twierdzenie Halla o kojarzeniu małżeństw - <http://www.math.cmu.edu/~ttkocz/teaching/2lorybnik/malzenstwa.pdf>
* Wyjaśniony problem kojarzenia małżeństw wraz z przykładowym algorytmem - <https://eduinf.waw.pl/inf/alg/001_search/0131a.php>
* Twierdzenie Halla i wyjaśnienie co to drogi powiększające + alg szukania dróg powiększających - <https://inf.ug.edu.pl/~hanna/grafy/12_skojarzenia.pdf>
* ALGORYTM HALLA - <http://www.inform.pk.edu.pl/~amarsz/dydaktyka/dyskretna/dyskretna_ns_w5.pdf>